

- Examen - seconde session -

Tous les documents sont interdits,
l'utilisation de calculatrices et de téléphones portables n'est pas autorisée.

Numéro d'anonymat : _____

Attention, les réponses doivent être données sur cette feuille dans les espaces prévus à cet effet. Pour les questions de nature calculatoire il est demandé de donner les calculs intermédiaires.

QUESTIONS DE COURS -

Donner la définition du *rang* d'une matrice.

Donner un exemple d'application linéaire de \mathbb{R}^4 dans \mathbb{R}^3 surjective et non injective.

EXERCICE 1. Les paramètres a, b et c étant réels, résoudre le système linéaire suivant d'inconnues x, y et z

$$\begin{cases} x + 2y + z - t = a \\ -x + 2y + t = b \\ z + 4t = c \end{cases}$$

Numéro d'anonymat :

EXERCICE 2. Calculer le déterminant puis l'inverse de

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 2 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ -4 & -3 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

EXERCICE 3. Soit g l'endomorphisme de \mathbb{R}^3 dont la matrice dans la base canonique e_1, e_2, e_3 est donnée par

$$B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

1. Donner une base du noyau et de l'image de g .

2. On pose $\mathcal{B} = (e'_1, e'_2, e'_3)$ avec $e'_1 = e_1 + e_3, e'_2 = -e_1 + e_2$ et $e'_3 = e_1 + e_2 + e_3$.
Montrer que \mathcal{B} est une base de \mathbb{R}^3 .

3-- Déterminer la matrice B' de g relativement à la base \mathcal{B} .