

année 2008-2009

UNIVERSITÉ DE STRASBOURG

L2 Chimie
Algèbre linéaire

V. Blançœil

- Examen - session de janvier -

Tous les documents sont interdits,
l'utilisation de calculatrices et de téléphones portables n'est pas autorisée.

Numéro d'anonymat : _____

Attention, les réponses doivent être données sur cette feuille dans les espaces prévus à cet effet. Pour les questions de nature calculatoire il est demandé de donner les calculs intermédiaires.

QUESTION DE COURS -

Soit f une application linéaire de \mathbb{R}^n dans \mathbb{R}^m , donner les conséquences du Théorème du rang appliqué à f .

Donner un exemple d'application linéaire de \mathbb{R}^3 dans \mathbb{R}^3 non injective et non surjective.

Numéro d'anonymat : _____

EXERCICE 2. Soit f une application linéaire de \mathbb{R}^3 dans lui-même définie par

$$f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3 \\ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} x & & +2z \\ 2x & -y & +3z \\ 4x & +y & +8z \end{pmatrix}$$

1— Déterminer la matrice de f relativement à la base canonique de \mathbb{R}^3 .

2— Montrer que f est bijective.

EXERCICE 1. Résoudre le système linéaire suivant.

$$\begin{cases} x - 3y + 4z - 2v = 5 \\ 2y + 5z + v = 2 \\ y - 3z = 4 \end{cases}$$

3— Déterminer la matrice de f^{-1} , l'application linéaire réciproque de f , relativement à la base canonique.

Numéro d'anonymat : _____

EXERCICE 3. Les vecteurs $u = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$, $v = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}$ et $w = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ forment-ils une famille libre de \mathbb{R}^3 ?

Déterminer une base de $\text{Vect}(u, v, w)$.

EXERCICE 4. Déterminer la dimension et une base de l'espace vectoriel des solutions du système linéaire homogène suivant

$$\begin{cases} x + 2y + 2z - s + 3t = 0 \\ x + 2y + 3z + s + t = 0 \\ 3x + 6y + 8z + s + 5t = 0 \end{cases}$$