

MENTIONS.....MATHEMATIQUE PHYSIQUE CHIMIE ET CHIMIE

NOM DE L'U.E....PHYSIQUE DE LA MATIERE

RESPONSABLE DU SUJET : M....BARZOUKAS

DUREE2 H

(CALCULETTES AUTORISES DOCUMENTS NON AUTORISES)

EX 1. Un homme, assimilé à un point matériel de masse m , se déplace avec la vitesse constante de module v en suivant le bord d'un disque circulaire dans le sens inverse des aiguilles d'une montre. Dans un premier temps, ce disque de masse M et de rayon R est immobile. On note O son centre et Oz son axe de révolution vertical. L'axe Oz est orienté selon la direction ascendante.

- 1) Ecrire, en utilisant les coordonnées cylindriques, la vitesse de l'homme dans le référentiel terrestre Galiléen $(\mathcal{R}) = (O, x, y, z)$.
- 2) Exprimer le temps Δt pour que l'homme parcoure un demi tour en fonction de R et v .
- 3) Etablir l'expression de $\vec{L}_{\mathcal{R}}(0)$ le moment cinétique de l'homme par rapport au point O . Donner l'expression de son module en fonction de m et de v .

Le disque peut, maintenant, tourner sans frottement autour de l'axe Oz . Initialement, au temps $t = 0$, l'ensemble homme + disque est au repos. Au temps $t > 0$, l'homme se déplace en suivant le bord du disque, dans le sens inverse des aiguilles d'une montre, avec la vitesse de module v constante dans le référentiel $(\mathcal{R}') = (O, x', y', z)$ le référentiel solide avec le disque. On note $\omega = \dot{\theta}$ la vitesse de rotation angulaire du disque dans le référentiel (\mathcal{R}) .

- 4) En utilisant la composition des vitesses, déterminer la vitesse de l'homme dans le référentiel (\mathcal{R}) .
- 5) Donner, dans le référentiel (\mathcal{R}) , l'expression de $\vec{L}_{D,\mathcal{R}}(O)$ le moment cinétique du disque par rapport au point O . On rappelle que le moment d'inertie I_z du disque par rapport à Oz est égal à : $I_z = \frac{MR^2}{2}$.
- 6) Calculer, dans (\mathcal{R}) , le moment cinétique de l'homme par rapport au point O noté $\vec{L}_{H,\mathcal{R}}(O)$.
- 7) Justifier, succinctement, la conservation du moment cinétique, calculé en O dans (\mathcal{R}) , de l'ensemble homme + disque considéré comme isolé. Que vaut le moment cinétique, calculé en O dans (\mathcal{R}) , de l'ensemble homme + disque au temps $t \geq 0$?

- 8) Lorsque par la suite l'homme se déplace en suivant le bord du disque avec la vitesse de module constant v , en déduire que le disque tourne avec une vitesse angulaire $\dot{\theta}$ dont l'expression est donnée ci-dessous :

$$\dot{\theta} = -\frac{m}{m + M/2} \frac{v}{R}$$

Commenter le signe de cette expression.

- 9) En déduire, en fonction du rapport des masses M/m , l'angle $\Delta\theta$ dont aura tourné le disque lorsque l'homme a parcouru un demi-tour du disque.

EX2. De l'eau circule dans une turbine de A vers B : les diamètres d'entrée et de sortie sont $d_A = 30$ cm et $d_B = 60$ cm (voir Figure 1). Le débit volumique est $D_v = 0.22 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ et la dénivellation est $z_A - z_B = 1 \text{ m}$. Les pressions du liquide en A et en B par rapport à la pression atmosphérique sont : $\Delta P_A = 1,5 \text{ N} \cdot \text{cm}^{-2}$ et $\Delta P_B = -0,35 \text{ N} \cdot \text{cm}^{-2}$. L'eau est ici un fluide parfait incompressible de masse volumique $\rho = 1 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$. On note \mathcal{P}_u la puissance fournie par l'eau à la turbine.

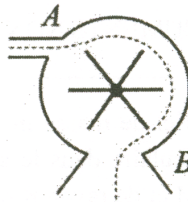


Figure 1

- 1) La loi de Bernoulli généralisée s'écrit le long d'une ligne de courant AB comme suit :

$$\rho \frac{v_A^2 - v_B^2}{2} + \rho g(z_A - z_B) + (P_A - P_B) = \frac{\mathcal{P}_u}{D_v} \quad (1)$$

Interpréter physiquement les quatre termes de cette équation. Démontrer que le rapport \mathcal{P}_u / D_v possède la même unité que les trois termes du membre de gauche de l'équation (1).

- 2) Exprimer v_A en fonction de D_v , d_A et v_B . De même, exprimer v_B en fonction de D_v , d_B et v_B .
- 3) Etablir l'expression de la puissance \mathcal{P}_u en fonction des données du problème D_v , d_A , d_B , ρ , ΔP_A et ΔP_B .
- 4) Evaluer numériquement chacun des trois termes qui contribuent à la puissance fournie par l'eau à la turbine. On prendra $g = 9.8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$. Commenter.